

CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Voorbeeldtentamen Wiskunde B

Datum: Najaar 2018

Tijd: 3 uur

Aantal opgaven: 6

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:						
Opgave	1	2	3	4	5	6
a	4	3	6	5	4	4
b	4	6	4	6	2	6
c	4	5		6	4	5
d		6			5	
Totaal	12	20	10	17	15	15
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{10} + 1$						
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.						

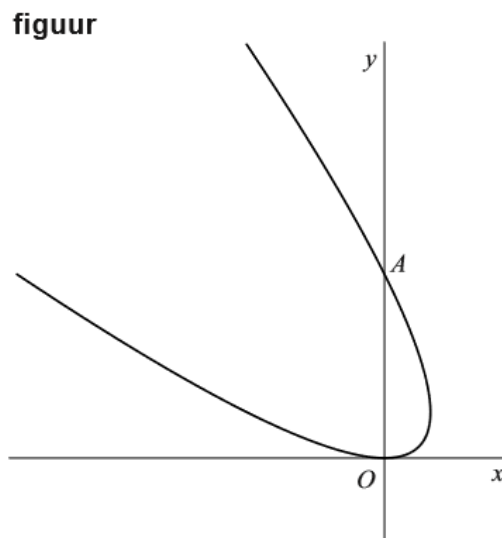
Opgave 1

Bron: Centraal Examen vwo 2018 tijdvak 1 met toegevoegde vraag c

De beweging van een punt P wordt gegeven door de volgende bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x(t) = 1 - t^2 \\ y(t) = (1 + t)^2 \end{cases}$$

In de figuur is de baan van P weergegeven.



De baan van P snijdt de y -as in de oorsprong O en in punt A .
Zie de figuur.

- 4pt a Bereken exact de snelheid waarmee P door punt A gaat.
- 4pt b Toon aan dat punt P zich voor elke waarde van t op de kromme met vergelijking $(x + y)^2 = 4y$ bevindt.

De rechte lijn ℓ snijdt de baan van P loodrecht in punt A .

- 4pt c Stel met een exacte berekening een vergelijking op voor lijn ℓ .

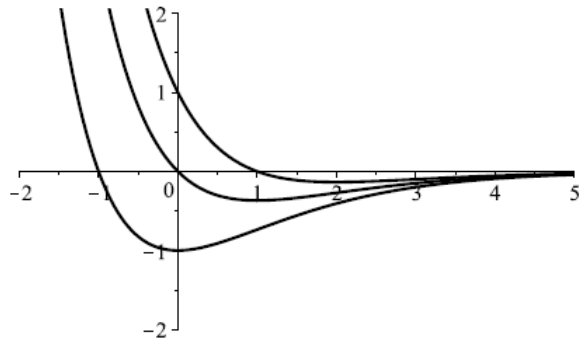
Zie ook de extra vraag achter dit voorbeeldtentamen.

Opgave 2

Bron: CCVX voortentamen wiskunde B april 2018

De familie functies f_p wordt gegeven door $f_p(x) = (p - x)e^{-x}$.

Hieronder ziet u de grafieken van de functies f_{-1} , f_0 en f_1



3pt a Toon met een exacte berekening aan dat $F(x) = (x + 1)e^{-x}$ een primitieve is van f_0 .

6pt b Bereken exact de oppervlakte van het vlakdeel dat wordt ingesloten door de x-as, de y-as en de grafiek van f_1 .

Voor $p > 0$ is V_p het vlakdeel dat wordt ingesloten door de y-as, de grafiek van f_p , de grafiek van f_{-p} en de verticale lijn $x = 1$.

5pt c Bereken exact de waarde van p waarvoor de oppervlakte van vlakdeel V_p gelijk is aan 2.

Voor ieder reëel getal p heeft de grafiek van f_p één buigpunt, B_p .

De buigpunten B_p liggen alle op een kromme.

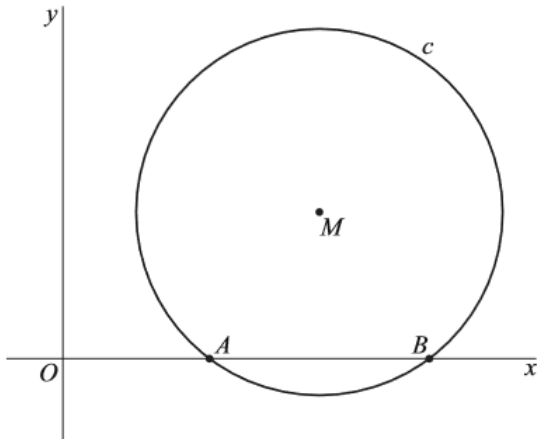
6pt d Stel met een exacte berekening een vergelijking op voor de kromme waarop alle buigpunten B_p liggen.

Opgave 3

Bron: Centraal Examen vwo 2018 tijdvak 1 (aangepast)

Gegeven is de cirkel c met middelpunt $M(14,8)$ en straal 10. Deze cirkel snijdt de x -as in de punten A en B met $x_A < x_B$. Zie figuur 1.

figuur 1

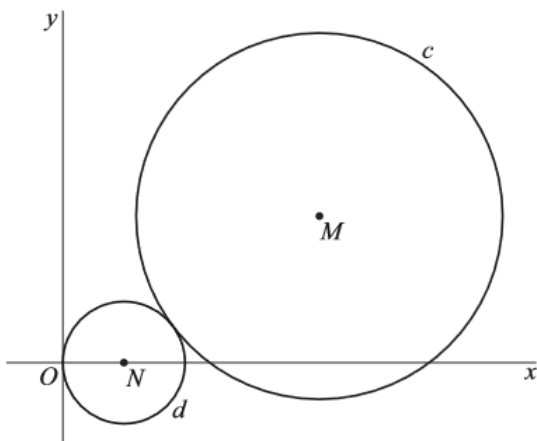


Cirkel c^* is de cirkel die door de punten A , B en M gaat

6pt a Bereken exact de straal van cirkel c^* .

De cirkel d met middelpunt N raakt de y -as in de oorsprong O en raakt cirkel c zoals weergegeven in figuur 2.

figuur 2



4pt b Bereken exact de straal van cirkel d .

Opgave 4

Bron: CCVX voortentamen wiskunde B april 2018

De functies f en g worden gegeven door

$$f(x) = 3 \ln(x) \text{ en } g(x) = (\ln(x))^3 .$$

Zoals u in de figuur hiernaast kunt zien, hebben de grafieken van deze functies drie snijpunten, A , B en C .

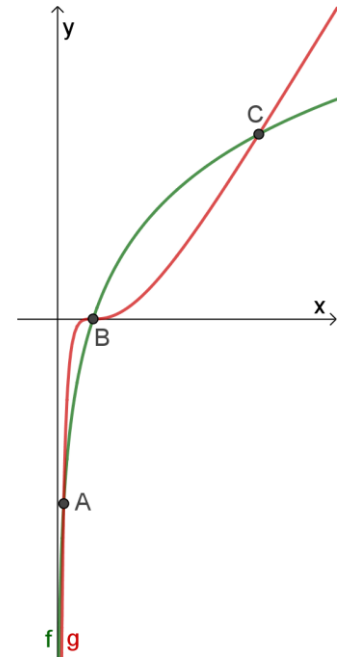
- 5pt a Bereken exact de coördinaten van de snijpunten A , B en C .

Voor alle p in het interval $x_B < p < x_C$ snijdt de verticale lijn $x = p$ de grafiek van f in punt D_p en de grafiek van g in punt E_p .

- 6pt b Bereken exact de waarde van p in het aangegeven interval waarvoor de afstand tussen de punten D_p en E_p maximaal is en bereken deze maximale afstand.

V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de x -as, de y -as, de horizontale lijn $y = 1$ en de grafiek van f .

- 6pt c Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door V te wentelen rond de y -as.

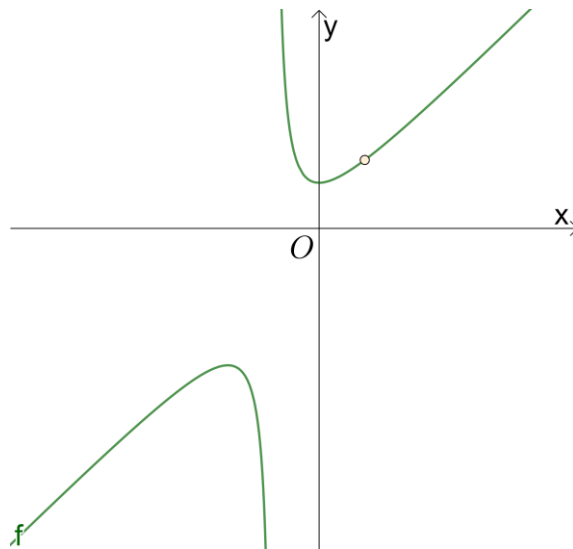


Opgave 5

Nieuw

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van de functie

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2-1}$$



De grafiek van f heeft een perforatie, een verticale asymptoot, een scheve asymptoot en twee toppen: een minimum en een maximum.

- 4pt a Bereken exact de coördinaten van de perforatie van de grafiek van f .
- 2pt b Geef de vergelijking van de verticale asymptoot van de grafiek van f .
- 4pt c Bepaal met een exacte berekening een vergelijking voor de scheve asymptoot van de grafiek van f .
- 5pt d Bereken exact de coördinaten van de top waar f een maximum heeft.

Opgave 6

Bron: CCVX voortentamen wiskunde B april 2018

Hiernaast ziet u de grafieken van de functies

$$f(x) = \frac{1}{\sin\left(2x - \frac{2}{3}\pi\right)}$$

en

$$g(x) = \frac{\sin\left(\frac{5}{6}\pi - x\right)}{\cos\left(\frac{5}{6}\pi - x\right)}$$

- 4pt a Bepaal met een exacte berekening de vergelijkingen van de drie verticale asymptoten van de grafiek van f die in de figuur hiernaast zijn getekend.

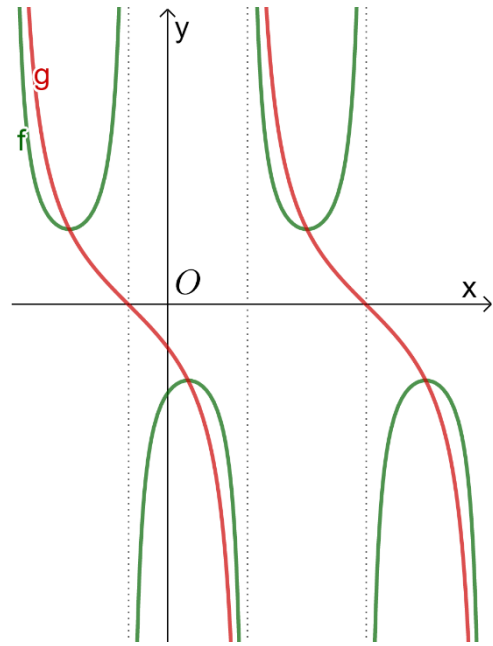
In de figuur lijkt het erop dat de grafieken van f en g elkaar snijden in de punten waar f een extreem (minimum of maximum) heeft.

- 6pt b Bereken exact de coördinaten van de punten waar f een extreem heeft en toon aan dat dit gemeenschappelijke punten zijn van de grafieken van f en g .

Verder wordt de functie h gegeven door $h(x) = 4 \cos\left(2x - \frac{2}{3}\pi\right)$.

- 5pt c Bereken exact de x -coördinaten van de snijpunten van de grafieken van f en h .

Zie ook de extra vraag achter dit voorbeeldtentamen.



Einde van het tentamen.

Staat uw naam op alle in te leveren blaadjes?

Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$

Meer oefenopgaven

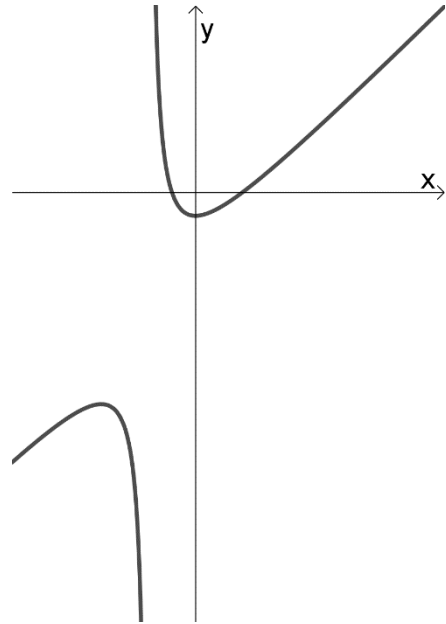
Uit het Centraal Examen vwo Wiskunde B 2018, tijdvak 1 sluiten de vragen 3, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 14 en 15 ook goed aan bij het voortentamen wiskunde B van de CCVX. Je kunt dit examen vinden op www.examenblad.nl. Verder is onderstaande opgave uit het voortentamen wiskunde B van april 2018 nog actueel.

Extra opgave

Voor $x \neq -2$ wordt de functie f gegeven door

$$f(x) = x - 3 + \frac{4}{x+2}$$

In de figuur hiernaast ziet u een schets van de grafiek deze functie. De snijpunten van de grafiek van f met de x -as zijn $(-1,0)$ en $(2,0)$.



4pt a Bereken exact de x -coördinaten van de snijpunten van de horizontale lijn $y = 7$ met de grafiek van f .

5pt b Bereken exact de waarden van p waarvoor de horizontale lijn $y = p$ geen punten gemeenschappelijk heeft met de grafiek van f .

De lijn ℓ met vergelijking $y = -3(x + 1)$ is een raaklijn aan de grafiek van f .
De lijn m loopt evenwijdig met lijn ℓ en is ook een raaklijn aan de grafiek van f .

6pt c Bereken exact een vergelijking voor lijn m .

V is het begrensde vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f en de x -as.

7pt d Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel V .

Extra vraag bij opgave 1

Stel ook een vectorvoorstelling op voor lijn ℓ .

Extra vraag bij opgave 6

A is het punt op de grafiek van g waarvoor $x_A = \frac{2}{3}\pi$.

Bereken exact een vergelijking voor de raaklijn aan de grafiek van g in punt A .