CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Programma voortentamen Wiskunde B

Ingaande december 2018

Het voortentamen wiskunde B wordt afgenomen als een schriftelijk tentamen met open vragen. De tentamentijd is 3 uur. Informatie over de tentamendata en over de inschrijving voor deze tentamens vindt u op www.ccvx.nl .

Het programma van het voortentamen wiskunde B van de CCVW is gebaseerd op het eindexamenprogramma wiskunde B van het vwo voor 2019 zoals gepubliceerd op www.examenblad.nl . **Belangrijk verschil is dat er bij het tentamen geen gebruik gemaakt mag worden van een grafische rekenmachine** of overige ICT. De nadere vaststelling van het examenprogramma op www.examenblad.nl is daarom niet van toepassing.

In dit document vindt u

- Het tentamenprogramma
- De formulelijst die op het tentamen wordt afgedrukt
- Tentamenbenodigdheden
- Uitwerking van het tentamenprogramma in een lijst van begrippen, eigenschappen en vaardigheden
- Overzicht van algebraïsche vaardigheden
- Aanbevolen leermateriaal

Bij het voortentamen dienen alle berekeningen algebraïsch of exact uitgevoerd te worden, het gebruik van een **grafische rekenmachine** of een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen is daarom **niet toegestaan.**
Wel toegestaan is het gebruik van een standaard rekenmachine met exponentiële, logaritmische en goniometrische functies van een type vergelijkbaar met de Casio fx 82 serie en de TI 30 serie

Tentamenprogramma wiskunde B

1 De kandidaat kan probleemsituaties die zich daartoe lenen in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

2 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden, waaronder modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen.

3 De kandidaat kan formules interpreteren en bewerken, bij een verband tussen twee variabelen een grafiek tekenen in een assenstelsel en bepalen of een gegeven formule herschreven kan worden als functievoorschrift.

4 De kandidaat kan grafieken tekenen en herkennen van de volgende standaardfuncties: machtsfuncties met rationale exponenten, exponentiële functies, logaritmische functies, goniometrische functies en de absolute-waarde-functie en kan van deze verschillende typen functies de karakteristieke eigenschappen benoemen en gebruiken.

5 De kandidaat kan functievoorschriften opstellen, bewerken, combineren, de bijbehorende grafieken tekenen en aan de hand van een functievoorschrift kwalitatieve uitspraken doen over de functie en haar grafiek.

6 De kandidaat kan de inverse van een functie begripsmatig hanteren, opstellen en gebruiken.

7 De kandidaat kan vergelijkingen, ongelijkheden en stelsels van twee lineaire vergelijkingen oplossen en de oplossingen interpreteren.

8 De kandidaat kan het asymptotisch gedrag van functies bepalen en dit met limietberekening aantonen.

9 De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van een functie begripsmatig interpreteren en gebruiken om die functie te onderzoeken en de eerste en tweede afgeleide gebruiken in toepassingen.

10 De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van functies bepalen met behulp van de regels voor het differentiëren en daarbij algebraïsche technieken gebruiken.

11 De kandidaat kan de onder 4 genoemde standaardfuncties en eenvoudige combinaties daarvan primitiveren (directe integratie) en kan in geschikte toepassingen een bepaalde integraal opstellen en exact berekenen.

12 De kandidaat kan bij periodieke verschijnselen formules opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen, vergelijkingen oplossen en hierbij de periodiciteit met inzicht gebruiken, waar nodig met gebruik van de formulelijst.

13 De kandidaat kan meetkundige eigenschappen van objecten onderzoeken en bewijzen en kan daarbij gebruik maken van meetkundige en algebraïsche technieken.

14 De kandidaat kan eigenschappen en onderlinge ligging van punten, lijnen, cirkels en andere geschikte figuren onderzoeken met behulp van algebraïsche voorstellingen, kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel algebraïsche voorstellingen van figuren opstellen en kan algebraïsche voorstellingen gebruiken om meetkundige problemen op te lossen.

15 De kandidaat kan met behulp van vectoren en inproducten eigenschappen van figuren in het vlak afleiden en berekeningen uitvoeren.

16 De kandidaat kan de aangegeven technieken toepassen in geschikte natuurwetenschappelijke en technische situaties.

Formulelijst

Onderstaande lijst wordt afgedrukt op de laatste bladzijde van het voortentamen Wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t+u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t-u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t+u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t-u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2\cos^2(t) - 1 = 1 - 2\sin^2(t)$$

Tentamenbenodigdheden

Naar het tentamen moet u meenemen:

- Identiteitsbewijs
  Paspoort, rijbewijs, Europese ID kaart, verblijfsdocument
- Schrijfgerei: pen
  Een potlood mag alleen gebruikt worden voor het tekenen van grafieken.
- Liniaal of geodriehoek
- Rekenmachine met exponentiële, logaritmische en goniometrische functies
  ***Grafische rekenmachines** en rekenmachines met de mogelijkheid om integralen te berekenen zijn **niet toegestaan**.*
- Een horloge (geen smartwatch) of een klok (niet de klok van uw telefoon)
- Eten en drinken

Zorg ervoor dat u de juiste rekenmachine meeneemt. Als u alleen een grafische rekenmachine bij u heeft, dan zult u het tentamen zonder rekenmachine moeten maken.

Uitwerking van het tentamenprogramma

Hieronder wordt het tentamenprogramma nader uitgewerkt in een lijst van begrippen, eigenschappen en vaardigheden. Deze lijst is bedoeld als ondersteuning bij de voorbereiding op het voortentamen, maar niet als vervanging van het tentamenprogramma. Hoewel deze lijst met de grootst mogelijke zorg is samengesteld, kan het daarom voorkomen dat een tentamenvraag die wel onder het tentamenprogramma valt, niet aan de orde komt in deze lijst.

Begrip / Eigenschap / Vaardigheid	Opmerking / Toelichting
Standaardfuncties	
Machtsfuncties: $f(x) = x^n$	n is een rationaal getal (een breuk)
Exponentiële functies: $f(x) = a^x$	$a > 0$
Logaritmische functies: $f(x) = {}^{g}\log(x)$	$g > 0$; $g \neq 1$; $x > 0$
Het getal e en de natuurlijke logaritme	$\mathrm{e} \approx 2{,}718282$; ${}^{\mathrm{e}}\log(x) = \ln(x)$
Goniometrische functies: $f(x) = \sin(x)$; $g(x) = \cos(x)$	$\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$
Absolute-waarde-functie: $f(x) = \|x\|$	$\|x\| = x$ voor $x \geq 0$ $\|x\| = -x$ voor $x < 0$
Functies combineren	
Functies kun je bij elkaar optellen en vermenigvuldigen met een constante	$f(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1$ is een combinatie van 5 machtsfuncties
Vermenigvuldigen en delen van functies	Bijvoorbeeld $h(x) = x^2 \cdot \mathrm{e}^x$
Samengestelde functies $h(x) = f(g(x))$	$f(x) = \mathrm{e}^x$ en $g(x) = x^2$ geeft $h(x) = \mathrm{e}^{x^2}$
Inverse functies $y = f(x) \quad \Leftrightarrow \quad x = f^{inv}(y)$	$f(x) = x^3$ geeft $f^{inv}(y) = \sqrt[3]{y}$ $f(x) = g^x$ geeft $f^{inv}(y) = {}^{g}\log(y)$

Domein en Bereik	
Domein: alle toegestane *x*-waarden	$f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$ bestaat niet als $x = 0$
Bereik: alle mogelijke *y*-waarden	$f(x) = x^2$ geeft $y = x^2 \geq 0$
Domein en bereik worden vaak gegeven in de intervalnotatie	Deze moet je kunnen lezen, maar hoef je niet zelf te gebruiken

Machten a^n is een macht met grondtal a en exponent n	n is een rationaal getal (een breuk)
Bijzondere exponenten $a^2 = a \cdot a$; $a^3 = a \cdot a \cdot a$ etc. $a^1 = a$ $a^0 = 1$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	 $a \neq 0$ $a \neq 0$ $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$ $n = 2, 3, 4, 5, \ldots$ $a \geq 0$ voor even waarden van n $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$
Rekenregels voor machten $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	 $a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{1}{n} \cdot m} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

Machtsfuncties	
Standaardfunctie: $f(x) = x^n$	De invoervariabele x is het grondtal
Constante functie: $f(x) = c$	$f(x) = c \cdot x^0$ De grafiek is een horizontale rechte lijn
Eerstegraads functies: $f(x) = ax + b$	$f(x) = a \cdot x^1 + b \cdot x^0$ De grafiek is de rechte lijn met vergelijking $y = ax + b$
Tweedegraads functies: $f(x) = ax^2 + bx + c$	De grafiek is een parabool met symmetrieas $x = -\frac{b}{2a}$ Dalparabool als $a > 0$ Bergparabool als $a < 0$ Het aantal snijpunten met de *x*-as wordt bepaald door $D = b^2 - 4ac$
Wortelfuncties:	
Voor $x \geq 0$ is $f(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ de inverse functie van $f(x) = x^2$	Domein: $x \geq 0$; Bereik $y \geq 0$ De grafiek is een halve (liggende) parabool
$f(x) = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$ is de inverse functie van $f(x) = x^3$	Domein: $\mathbb{R}$; Bereik $\mathbb{R}$

Exponentiële functies	
$f(x) = a^x$ met $a > 0$	De invoervariabele x is de exponent Als $a > 1$ is de grafiek toenemend stijgend met een horizontale asymptoot voor $x \to -\infty$ Als $0 < a < 1$ is de grafiek afnemend dalend met een horizontale asymptoot voor $x \to \infty$
Formule voor exponentiële groei met beginwaarde *b* en groeifactor *g*	$N(t) = b \cdot g^t$
Verdubbelingstijd, halveringstijd	

Logaritmische functies	
$l(x) = {}^{g}\log(x)$ is de inverse functie van $f(x) = g^{x}$	$y = {}^{g}\log(x) \Leftrightarrow g^{y} = x$ $\mathrm{e}^{x} = y \Leftrightarrow x = {}^{\mathrm{e}}\log(y) = \ln(y)$
${}^{g}\log(1) = 0$; ${}^{g}\log(g) = 1$	$\ln(1) = 0$; $\ln(\mathrm{e}) = 1$
$\log(x) = {}^{10}\log(x)$	$\log(1) = 0$; $\log(10) = 1$
Domein: $x > 0$	De grafiek heeft verticale asymptoot $x = 0$ Als $g > 1$ is de grafiek afnemend stijgend Als $0 < g < 1$ is de grafiek afnemend dalend
Rekenregels voor logaritmen	Deze volgen uit de rekenregels voor machten
${}^{g}\log(a) + {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log(a \cdot b)$	
${}^{g}\log(a) - {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log\left(\frac{a}{b}\right)$	
${}^{g}\log(a^{n}) = n \cdot {}^{g}\log(a)$	Dit geldt voor alle getallen n
${}^{g}\log(a) = \frac{{}^{p}\log(a)}{{}^{p}\log(g)}$	Wordt vaak gebruikt met $p = 10$ of met $p = \mathrm{e}$ om logaritmen te berekenen met de log of de ln functie van de rekenmachine

Goniometrie	
Sinus, cosinus en tangens in een rechthoekige driehoek	SOSCASTOA
Hoeken in de eenheidscirkel	
Hoeken in graden en in radialen	$180° = \pi\, rad$; $1° = \frac{\pi}{180} rad$
Exacte waarden van de sinus en cosinus van standaardhoeken	30-60-90 driehoek en 45-45-90 driehoek; exacte waarden cirkel
Stelling van Pythagoras	$\cos^{2}(\alpha) + \sin^{2}(\alpha) = 1$
Somformules	Zie formulelijst

Goniometrische functies $f(x) = \sin(x);\ \ g(x) = \cos(x)$	Bij goniometrische functies rekenen we vrijwel altijd in radialen
Periode van deze standaardfuncties	2π
Minima	$\sin(x) = -1$ voor $x = -\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ $\cos(x) = -1$ voor $x = \pi + k \cdot 2\pi$
Maxima	$\sin(x) = 1$ voor $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ $\cos(x) = 1$ voor $x = 0 + k \cdot 2\pi$
Nulpunten	$\sin(x) = 0$ voor $x = 0 + k \cdot \pi$ $\cos(x) = 0$ voor $x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi$
Vorm grafiek	Sinusoïde
Symmetrie-eigenschappen	$\sin(x) = \sin(\pi - x)$ $\cos(x) = \cos(-x)$ $-\sin(x) = \sin(-x) = \sin(\pi + x)$ $-\cos(x) = \cos(\pi - x) = \cos(\pi + x)$
Horizontale translaties	$\sin(x) = \cos\left(x - \frac{1}{2}\pi\right)$ $\cos(x) = \sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$
Algemene vorm van een sinusoïde $f(x) = A + B \cdot \sin\big(C \cdot (x - D)\big)$	A = evenwichtsstand $\lvert B \rvert$ = amplitude $C = \dfrac{2\pi}{\text{periode}}$ Als $B > 0$ gaat de grafiek stijgend door de evenwichtsstand in het punt (D, A) (beginpunt)
Harmonische trilling $u = a \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$	a = amplitude T = trillingstijd (periode) $f = \frac{1}{T}$ = frequentie

Differentiëren Afgeleiden van de standaardfuncties Diverse notaties voor de afgeleide	$f(x) = c$ geeft $f'(x) = 0$ $f(x) = x^a$ geeft $f'(x) = ax^{a-1}$ $f(x) = a^x$ geeft $f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$ $f(x) = \mathrm{e}^x$ geeft $f'(x) = \mathrm{e}^x$ $f(x) = \ln(x)$ geeft $f'(x) = \frac{1}{x}$ $f(x) = \sin(x)$ geeft $f'(x) = \cos(x)$ $f(x) = \cos(x)$ geeft $f'(x) = -\sin(x)$
Regels voor het differentiëren van combinaties van functies Constante factorregel Somregel Productregel Quotiëntregel Kettingregel	$f(x) = {}^{g}\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(g)} = \frac{1}{\ln(g)} \cdot \ln(x)$ geeft $f'(x) = \frac{1}{\ln(g)} \cdot \frac{1}{x}$ $f(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ differentieer je met de quotiëntregel

Integreren $F(x)$ is een primitieve van $f(x)$ als $F'(x) = f(x)$	
Als $F(x)$ een primitieve is van $f(x)$, dan is $G(x) = F(x) + C$ dat ook.	De constante C verdwijnt immers bij het differentiëren
Bepaalde integraal: $$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$$	In deze formule is $F(x)$ een primitieve van $f(x)$
Integraal en oppervlakte	Als $f(x) \geq 0$ op het interval $a \leq x \leq b$, dan is de oppervlakte van het vlakdeel dat wordt begrensd door de lijn $x = a$, de *x*-as, de lijn $x = b$ en de grafiek van f gelijk aan $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

Standaardprimitieven	
$f(x) = c$ geeft $F(x) = cx + C$	
$f(x) = x^a$ geeft $F(x) = \frac{1}{a+1}x^{a+1} + C$	$a \neq -1$
$f(x) = \mathrm{e}^x$ geeft $F(x) = \mathrm{e}^x + C$	
$f(x) = \frac{1}{x}$ geeft $F(x) = \ln(\lvert x \rvert) + c$	Voor $x < 0$ geeft dit $F(x) = \ln(-x) + C$
$f(x) = \sin(x)$ geeft $F(x) = -\cos(x) + C$	
$f(x) = \cos(x)$ geeft $F(x) = \sin(x) + C$	
Rekenregels voor het primitiveren van combinaties van functies	
Constante factor regel	$g(x) = c \cdot f(x)$ geeft $G(x) = c \cdot F(x)$
Somregel	$s(x) = f(x) + g(x)$ geeft $S(x) = F(x) + G(x)$
Eenvoudige kettingregel	$g(x) = f(ax+b)$ geeft $G(x) = \frac{1}{a} \cdot F(ax+b)$
Rekenregel voor bepaalde integralen	$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x$ $(a < c < b)$
Toepassingen van de integraalrekening	
Berekenen van de oppervlakte van een vlakdeel met bovengrens $f(x)$ en ondergrens $g(x)$	$\int_a^b f(x) - g(x)\,\mathrm{d}x$
Berekenen van de inhoud van een omwentelingslichaam bij wentelen rond de *x*-as	$\pi \int_a^b y^2\,\mathrm{d}x$ met $y = f(x)$
Berekenen van de inhoud van een omwentelingslichaam bij wentelen rond de *y*-as	$\pi \int_c^d x^2\,\mathrm{d}y$ met $x = f^{inv}(y)$
Integraal met variabele grenzen	$g(p) = \int_1^p f(x)\,\mathrm{d}x = F(p) - F(1)$

Meetkunde met coördinaten *Uitgangspunt is een rechthoekig assenstelsel met gelijke eenheden langs de assen. Dit geldt ook als we grafieken van functies meetkundig analyseren.*	
Rechte lijnen	
Algemene vorm van de vergelijking van een rechte lijn: $mx + ny = c$	
Veel gebruikte vorm: $y = ax + b$	Niet voor verticale lijnen
Richtingscoëfficiënt: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$	De richtingscoëfficiënt is gelijk aan a uit de formule $y = ax + b$
De vergelijking van de lijn door $(p, 0)$ en $(0, q)$ kan ook geschreven worden als $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$	Dit kan niet als $p = 0$ of $q = 0$
Rechte lijnen en hoeken	
De richtingshoek van een rechte lijn is de hoek α tussen de lijn en de *x*-as met $-90° < \alpha < 90°$	$\tan(\alpha)$ = richtingscoëfficiënt
De hoek β tussen twee rechte lijnen is de kleinste hoek die deze in hun snijpunt maken, dus $0° \leq \beta \leq 90°$	Je bepaalt deze hoek door beide lijnen in een assenstelsel te tekenen en daarbij de richtingshoeken bij het snijpunt weer te geven.
Twee lijnen staan loodrecht op elkaar als het product van hun richtings-coëfficiënten gelijk is aan -1	*Het omgekeerde geldt ook:* Als twee lijnen loodrecht op elkaar staan, dan is het product van hun richtingscoëfficiënten gelijk aan -1

Loodlijn en afstand	
Loodlijn	De loodlijn op de lijn met vergelijking $y = ax + b$ heeft richtingscoëfficiënt $-\frac{1}{a}$
Afstand tussen de punten $A(a_1, a_2)$ en $B(b_1, b_2)$	$AB = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$
Projectie van een punt op een lijn Afstand tussen een punt en een lijn Afstand tussen twee evenwijdige lijnen	Afstanden worden bepaald met behulp van loodlijnen. De formule voor de afstand tussen een punt en een rechte lijn mag je gebruiken, maar wordt niet bekend verondersteld.
Middelloodlijn	De middelloodlijn van de punten *A* en *B* bestaat uit alle punten *P* met $PA = PB$
Bissectrice	Het bissectricepaar van de lijnen *l* en *m* bestaat uit alle punten *P* met $d(P, l) = d(P, m)$

Meetkunde in driehoeken	
Stelling van Pythagoras	
Oppervlakte van een driehoek	$\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$
Hoekensom	De som van de hoeken van een driehoek is $180°$
Sinusregel en cosinusregel	
Gelijkbenige driehoeken	De hoeken die de gelijke benen maken met de derde zijde zijn ook gelijk
Gelijkzijdige driehoeken	Alle hoeken zijn $60°$
Gelijkvormige driehoeken	Twee driehoeken zijn gelijkvormig als de hoeken van de ene driehoek gelijk zijn aan die van de andere. Dan zijn de verhoudingen tussen de lengtes van de zijden van de ene driehoek ook gelijk aan die van de andere driehoek
Zwaartelijnen Zwaartepunt	Het zwaartepunt verdeelt elke zwaartelijn in twee delen waarbij de lengte van het ene deel twee keer de lengte van het andere deel is

Vectoren	
Een vector geeft een verplaatsing weer over een bepaalde afstand in een bepaalde richting.	Een vector $\vec{v}$ heeft dus een lengte, die we aangeven met $\lvert\vec{v}\rvert$, en een richting
De vector die de verplaatsing van punt *A* naar punt *B* geeft, noteren we als $\overrightarrow{AB}$	
Nulvector $\vec{0}$	$\lvert\vec{0}\rvert = 0$; $\vec{0}$ is de enige vector die geen richting heeft
Vectoren kun je bij elkaar optellen	Kop-staart-methode
Vectoren kun je vermenigvuldigen met een constante	$\vec{b} = c \cdot \vec{a}$ met $c > 0$ heeft dezelfde richting als $\vec{a}$; $\lvert\vec{b}\rvert = c \cdot \lvert\vec{a}\rvert$ $\vec{b} = c \cdot \vec{a}$ met $c < 0$ heeft de tegen-gestelde richting van $\vec{a}$; $\lvert\vec{b}\rvert = -c \cdot \lvert\vec{a}\rvert$
Vectoren met kentallen	
$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ is een vector met kentallen 4 en 3	$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ geeft de verplaatsing van $O(0{,}0)$ naar $A(4{,}3)$;
$\overrightarrow{OA}$ is de plaatsvector van punt *A*	
Rekenen met kentallen	
Optellen	$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4 + -1\\3 + 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$
Vermenigvuldigen met een constante	$-5 \cdot \begin{pmatrix}-1\\0{,}2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-5 \cdot -1\\-5 \cdot 0{,}2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$
De lengte van een vector	$\left\lvert\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
De kentallen van de nulvector	$\vec{0} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$
Ontbinden langs de assen	$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$

Inwendig product $\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \cos(\alpha)$	Kortweg inproduct $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2$ $\cos(\alpha) = \dfrac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert}$
Als twee vectoren loodrecht op elkaar staan, is hun inproduct 0	*Omgekeerd geldt:* Als het inproduct van twee vectoren 0 is, dan staan ze loodrecht op elkaar (behalve als is één van beide vectoren de nulvector is)
Vectorvoorstelling van een lijn $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$	Wordt ook parametervoorstelling genoemd
Steunvector $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$; Richtingsvector $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$	Het getal λ wordt parameter genoemd
Een normaalvector van een lijn is een vector die loodrecht staat op de richtingsvector van de lijn	De lijn *l* met richtingsvector $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ heeft normaalvector $n_l = \begin{pmatrix} q \\ -p \end{pmatrix}$ De lijn *m* met vergelijking $px + qy = c$ heeft normaalvector $n_m = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$

Meetkunde in cirkels	
Middelpuntvergelijking van de cirkel met middelpunt $M(a,b)$ en straal *r*: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	Omzetten van de eerste naar de tweede vorm met haakjes wegwerken
De vergelijking van een cirkel wordt ook vaak geschreven in de vorm $x^2+y^2+px+qy+s=0$	Omzetten van de tweede naar de eerste vorm met kwadraat afsplitsen
Snijpunt(en) met een rechte lijn berekenen	Door substitutie krijg je een tweedegraads vergelijking met 0, 1 of 2 oplossingen
Raaklijn, raakpunt	
Een raaklijn aan een cirkel staat loodrecht op de straal naar het raakpunt	richtingscoëfficiënt raaklijn × richtingscoëfficiënt straal = -1
Snijpunten cirkels berekenen	Eliminatie van x^2+y^2 geeft een vergelijking van de lijn door de snijpunten
Rakende cirkels	De gemeenschappelijke raaklijn staat loodrecht op de lijn door de middelpunten
Raaklijnen door punt *P* buiten de cirkel	De raakpunten liggen even ver van punt *P*
Afstand tussen twee cirkels berekenen	M.b.v. de lijn door de middelpunten
Afstand tussen een lijn en een cirkel berekenen	M.b.v. de loodlijn uit het middelpunt van de cirkel op de lijn
Driehoeken en cirkels	
De omgeschreven cirkel van een driehoek gaat door de drie hoekpunten	Het middelpunt is het snijpunt van de middelloodlijnen van de zijden
De ingeschreven cirkel van een driehoek raakt de drie zijden	Het middelpunt is het snijpunt van de bissectrices van de hoeken
Stelling van Thales	Een driehoek waarvan een zijde een middellijn is van de omgeschreven cirkel is rechthoekig
Omgekeerde stelling van Thales	In een rechthoekige driehoek is het midden van de schuine zijde het middelpunt van de omgeschreven cirkel

Grafieken Verloop van de grafieken van de standaardfuncties	
Tekenen en schetsen	Bij het tekenen van een grafiek moet je de waarde van de getallen op de assen aangeven, de coördinaten van meerdere punten berekenen, eventuele asymptoten aangeven en zorgen dat het domein, het bereik en andere kenmerken van de functie duidelijk af te lezen zijn. In een schets van een grafiek moet je het verloop van de grafiek weergeven en minima, maxima en asymptoten aangeven.
Transformaties Horizontale translatie over c eenheden Verticale translatie over c eenheden Vermenigvuldiging t.o.v. de *y*-as Vermenigvuldiging t.o.v. de *x*-as Spiegeling in de *y*-as Spiegeling in de *x*-as	 $g(x) = f(x - c)$ $g(x) = f(x) + c$ $g(x) = f\left(\frac{1}{c} \cdot x\right)$ $g(x) = c \cdot f(x)$ $g(x) = f(-x)$ $g(x) = -f(x)$
Lijnsymmetrie in de *y*-as	$f(-x) = f(x)$
Puntsymmetrie in de oorsprong	$f(-x) = -f(x)$
Verticale afstand tussen twee grafieken	De afstand tussen de snijpunten van de grafieken van twee functies met de verticale lijn $x = p$ is $\lvert f(p) - g(p) \rvert$

Asymptoten en limieten	
Limieten berekenen	Eenvoudige voorbeelden: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$; $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2-x}{4-x^2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{1}{2+x}=\frac{1}{4}$
Horizontale asymptoot	Als $\lim_{x\to\infty} f(x)=c$ of $\lim_{x\to-\infty} f(x)=c$
Verticale asymptoot	Als $\lim_{x\uparrow a} f(x)=\infty$ of $\lim_{x\uparrow a} f(x)=-\infty$ of $\lim_{x\downarrow a} f(x)=\infty$ of $\lim_{x\downarrow a} f(x)=-\infty$
Verticale asymptoot bij een gebroken functie	$q(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ heeft een verticale asymptoot als $g(x)=0\wedge f(x)\neq 0$
Scheve asymptoot	Als $\lim_{x\to\infty}(f(x)-(ax+b))=0$ of $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-(ax+b))=0$
Perforatie	Als $\lim_{x\uparrow a} f(x)=\lim_{x\downarrow a} f(x)$, maar $f(a)$ niet bestaat
Sprong	Als $\lim_{x\uparrow a} f(x)\neq\lim_{x\downarrow a} f(x)$

Toepassingen van de afgeleide	
$f'(a)$ is de helling van de (raaklijn aan de) grafiek van f in het punt $\left(a, f(a)\right)$	$f'(a)$ = richtingscoëfficiënt raaklijn $= \tan(richtingshoek)$ in punt $\left(a, f(a)\right)$
De hoek tussen twee krommen in een punt *P*	Is de hoek tussen de raaklijnen aan de krommen in punt *P*
De grafiek is stijgend als $f'(x) > 0$ en dalend als $f'(x) < 0$	
In een minimum en in een maximum geldt $f'(x) = 0$ Minima en maxima worden samen extremen genoemd. De punten waar de grafiek een minimum of een maximum heeft, heten de toppen van de grafiek.	Je berekent de punten waar f een minimum of een maximum kan hebben met $f'(x) = 0$. Daarna moet je met een schets van de grafiek nagaan in welke punten de grafiek een minimum dan wel een maximum heeft.
Rakende grafieken	$f(x) = g(x)$ en $f'(x) = g'(x)$
Loodrecht snijdende grafieken	$f(x) = g(x)$ en $f'(x) \cdot g'(x) = -1$
In een punt waar de afgeleide een extreem heeft, heeft de grafiek een buigpunt. In zo'n buigpunt geldt $f''(x) = 0$	Je berekent de punten waar f een buigpunt kan hebben met $f''(x) = 0$. *Daarna moet je eigenlijk nog nagaan in welke van deze punten de afgeleide een extreem heeft, maar het zal meestal uit de vraagstelling al duidelijk zijn of er sprake is van een buigpunt.*
Als $f'(x) > 0$ en $f''(x) > 0$ is de grafiek toenemend stijgend	
Als $f'(x) > 0$ en $f''(x) < 0$ is de grafiek afnemend stijgend	
Als $f'(x) < 0$ en $f''(x) > 0$ is de grafiek afnemend dalend	
Als $f'(x) < 0$ en $f''(x) < 0$ is de grafiek toenemend dalend	
Aantal snijpunten van de grafiek met een horizontale lijn	Maak een schets van de grafiek en let in het bijzonder op de toppen

Bewegingsvergelijkingen	
Een parametervoorstelling legt de positie van een punt $P\big(x(t), y(t)\big)$ vast met behulp van de parameter *t*. Als *t* de tijd is, spreek je over de bewegingsvergelijkingen van het punt. De bijbehorende grafiek heet de baan van het punt	Bijvoorbeeld $\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = 2t \end{cases}$ of als vector $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 \\ 2t \end{pmatrix}$
Toppen van de baan	Horizontale raaklijn als $x'(t) \neq 0$ en $y'(t) = 0$ Verticale raaklijn als $x'(t) = 0$ en $y'(t) \neq 0$
Als $x(t)$ en $y(t)$ eerstegraadsfuncties zijn, is de baan een rechte lijn	$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} at + b \\ ct + d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$
De baan van een punt *P* met bewegingsvergelijkingen $\begin{cases} x(t) = a + r\cos(t) \\ y(t) = b + r\sin(t) \end{cases}$ Is een cirkel met middelpunt $M(a, b)$ en straal r	De vergelijking van deze cirkel is dus $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Als x en y periodieke functies zijn, dan is de periode van de beweging het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van de periodes van x en y	
Snelheidsvector	$\vec{v} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}$
Snelheid in de *x*-richting	$\overrightarrow{v_x} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ 0 \end{pmatrix}$
Snelheid in de *y*-richting	$\overrightarrow{v_y} = \begin{pmatrix} 0 \\ y'(t) \end{pmatrix}$
Baansnelheid	$v = \lvert\vec{v}\rvert = \sqrt{\big(x'(t)\big)^2 + \big(y'(t)\big)^2}$
Richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de baan in punt *P*	$\dfrac{y'(t)}{x'(t)}$
Versnellingsvector	$\vec{a} = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix}$
Baanversnelling	$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ met v de baansnelheid

Algebraïsche vaardigheden

Hieronder een overzicht van algebraïsche vaardigheden die de kandidaten voor het tentamen wiskunde B van de CCVW moeten beheersen. Ook voor deze lijst geldt dat hij met de uiterste zorgvuldigheid is samengesteld, maar dat het voor kan komen dat een vaardigheid die wel onder het tentamenprogramma valt, niet aan de orde komt in deze lijst.

Vaardigheid	Opmerking / Toelichting
Standaardvergelijkingen oplossen	
Eerstegraads	$ax + b = px + q$
Tweedegraads	$ax^2 + bx + c = 0$
Machtsvergelijkingen met een positieve even exponent	$x^n = a \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[n]{a} \quad (a \geq 0)$
Andere machtsvergelijkingen	$x^n = a \Leftrightarrow x = a^{\frac{1}{n}}$
Exponentiële en logaritmische vergelijkingen die zich daartoe lenen exact oplossen	${}^{g}\log(g^n) = a \Leftrightarrow g^n = g^a \Leftrightarrow n = a$
Exponentiële vergelijkingen oplossen met behulp van logaritmen	$g^x = a \Leftrightarrow x = {}^{g}\log(a)$
Goniometrische vergelijkingen exact oplossen	$\sin(x) = \sin(A);\ \cos(x) = \cos(A);$ $\sin(x) = c$ en $\cos(x) = c$ met $c = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\sqrt{2}, \pm\frac{1}{2}\sqrt{3}, \pm 1$
Goniometrische vergelijkingen oplossen met inverse functies	$\sin(x) = c \Leftrightarrow \sin(x) = \sin(\sin^{-1}(c))$ $\cos(x) = c \Leftrightarrow \cos(x) = \cos(\cos^{-1}(c))$
Absolute-waarde-vergelijkingen	$\lvert x \rvert = a \Leftrightarrow x = \pm a \quad (a \geq 0)$
Ongelijkheden oplossen	Bij het grafisch oplossen van ongelijkheden moeten de snijpunten van de grafieken algebraïsch worden berekend
Stelsels van vergelijkingen oplossen	Met eliminatie en/of substitutie
Opstellen van de vergelijking van een rechte lijn	Richtingscoëfficiënt of normaalvector bepalen en samen met de coördinaten van een punt invullen in één van de standaardformules

Vergelijkingen en functie-voorschriften bewerken	
Een vergelijking splitsen	$A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$ $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B$ $A \cdot B = A \cdot C \Leftrightarrow A = 0 \vee B = C$
Een factor buiten haakjes halen	$A \cdot B + A \cdot C = A(B + C)$
Haakjes wegwerken	$(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD$
Bewerkingen met breuken	Optellen (gelijknamig maken) Vermenigvuldigen en delen Kruiselings vermenigvuldigen: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \wedge BD \neq 0$
Bewerkingen met wortels	$\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2 \wedge A \geq 0$
Vergelijkingen oplossen met substitutie	$x^4 + 4x^2 - 5 = 0$ met $y = x^2$ $\mathrm{e}^{2x} + 4\mathrm{e}^x - 5$ met $y = \mathrm{e}^x$ geven beide $y^2 + 4y - 5 = 0$
Variabelen vrijmaken	Los x op uit $y = f(x)$
Toepassen van rekenregels en eigenschappen	Voor machten en logaritmen en bij goniometrische vergelijkingen/functies
Formules substitueren in andere formules	Met correct gebruik van haakjes
Rekenen met parameters in functievoorschriften	
Algemeen	Bij differentiëren en integreren is de parameter een constante; in (stelsels) vergelijkingen is de parameter vaak een extra onbekende
Aantal snijpunten met grafieken van tweedegraads functies	$D = 0$ geeft dan een vergelijking voor de parameter
Kromme door de toppen van een grafiek	Elimineer de parameter uit het stelsel vergelijkingen $y = f_p(x)$ en $f_p'(x) = 0$
Rakende grafieken	$f_p(x) = g(x)$ en $f_p'(x) = g'(x)$

Aanbevolen leermateriaal

Getal en Ruimte vwo B **elfde** editie (eerste uitgave 2014, examenprogramma 2015)

Deel 1, 2, 3 en 4

Alle hoofdstukken met uitzondering van deel 3, hoofdstuk K.

Bij de examentraining (deel 4, hoofdstuk 16) dient u er rekening mee te houden dat de grafische rekenmachine niet toegestaan is bij het voortentamen wiskunde van de CCVW. Er zullen dan ook geen vragen gesteld worden die niet zonder grafische rekenmachine beantwoord kunnen worden.

ISBN en overige informatie op www.getalenruimte.noordhoff.nl

De leerstof is ook terug te vinden in de andere vwo-lesmethoden, zoals Moderne Wiskunde en Netwerk. Let op het juiste examenprogramma!

Als voorbereiding op het bestuderen van bovenstaande boeken wordt aanbevolen:
Wiswijs (Pach en Wisbrun, vierde druk 2018, ISBN 9789001876265)
voor zelfstudie zijn oudere drukken uiteraard ook bruikbaar.