

Centrale Commissie Voortentamen Wiskunde

Syllabus voortentamen
Wiskunde B

Deze syllabus bevat een beschrijving van het programma van het voortentamen Wiskunde B dat wordt afgenomen door de Centrale Commissie Voortentamen Wiskunde, alsmede van de hulpmiddelen die bij het voortentamen gebruikt mogen worden.

Deze syllabus is samengesteld door Bert Esmeijer (secretaris CCVW, bert.esmeijer@ou.nl). Het examenprogramma van het vwo en de lijst van formules die bij het tentamen megedrukt worden zijn overgenomen uit de Syllabus voor het Centraal Examen Wiskunde B vwo 2010, zoals gepubliceerd op www.examenblad.nl. De beschrijving van de toegestane types van de grafische rekenmachine komt eveneens van deze website.

Nadere informatie over de voortentamens vindt u op www.ccvx.nl. De tentamendata en het inschrijfformulier vindt u op www.voortentamen.nl.

Inhoud

Het voortentamen Wiskunde B	3
Inleiding.....	3
Tentamenprogramma	3
Verschil met het centraal examen wiskunde B van het vwo	3
Toegestane hulpmiddelen	3
Voorbeeldtentamen	3
Bijlage 1: Examenprogramma vwo Wiskunde B	4
Bijlage 2: Grafische rekenmachine	5
Bijlage 3: Lijst van formules en verwijzingen naar definities/stellingen die in het voortentamen Wiskunde B wordt opgenomen	6
Bijlage 4: Lijst van definities/stellingen behorend bij de verwijzingen in bijlage 3	7

Het voortentamen Wiskunde B

Inleiding

De Centrale Commissie Voortentamen Wiskunde neemt namens een groot aantal universitaire opleidingen de voortentamens Wiskunde A en Wiskunde B op vwo-niveau af. A.s. studenten die een opleiding willen gaan volgen waarvoor een van deze vakken verplicht is en die dat vak niet of op onvoldoende niveau in hun vooropleiding hebben gehad, kunnen deze deficiëntie wegwerken door het CCVW-voortentamen wiskunde A of wiskunde B met voldoende resultaat af te leggen.

Tentamenprogramma

Het programma van het voortentamen wiskunde B is gebaseerd op het examenprogramma Wiskunde B van het vwo en omvat de volgende domeinen uit dit programma:

- A5: Algebraïsche vaardigheden
- Bg: Functies en Grafieken
- Bb: Differentiaal- en integraalrekening
- Cg: Discrete analyse
- Db: Goniometrische functies
- Gb: Voortgezette Meetkunde

Bij het voortentamen ligt de nadruk op domeinen Bg en Bb en Db. De algebraïsche vaardigheden komen in de opgaven over deze drie domeinen met nadruk aan de orde. In bijlage 1 vindt u een overzicht van de inhoud van de domeinen.

Verschil met het centraal examen wiskunde B van het vwo

Gebruik van een grafische rekenmachine is bij het CCVW voortentamen niet verplicht. De opgaven zijn zo geformuleerd, dat deze ook zonder rekenmachine of met een “gewone” rekenmachine met logaritme- en sinusfunctie gemaakt kunnen worden.

Toegestane hulpmiddelen

Naast het gebruikelijke schrijfgerei (pen, potlood, liniaal) dient de kandidaat zelf een rekenmachine mee te nemen. Bij het CCVW tentamen wiskunde B mag gebruik gemaakt worden van een “gewone” rekenmachine en/of van een grafische rekenmachine van een goedgekeurd model (zie bijlage 2).

Studenten met een niet Nederlandstalige vooropleiding kunnen daarnaast gebruik maken van één woordenboek (Nederlands – eigen taal of Nederlands – Nederlands).

Alle overige benodigheden worden door de surveillanten aan de kandidaat verstrekt, te weten:

- Uitwerkpapier, kladpapier en indien nodig grafiekenpapier.
- Formulelijst (zie bijlage 3).

Houd er ook rekening mee dat het gebruik van een mobiele telefoon of andere communicatieapparatuur en (vertaal)computers streng verboden is, ook al gebruikt u deze alleen als klok, rekenmachine of woordenboek.

Voorbeeldtentamen

Dit kunt u vinden op www.ccvx.nl onder CCVW/Wiskunde B.

Bijlage 1: Examenprogramma vwo Wiskunde B

Hieronder zijn alleen de (sub)domeinen opgenomen die tot het programma van het CCVW voortentamen Wiskunde B behoren.

Algebraïsche vaardigheden (subdomein A5)

De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren zonder gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine. *Zie ook: verschil CCVW-VWO op bladzijde 3.*

Functies en grafieken (domein Bg)

Standaardfuncties

De kandidaat kan grafieken tekenen en herkennen van machtsfuncties, exponentiële functies, logaritmische functies en goniometrische functies en van die verschillende typen functies de karakteristieke eigenschappen benoemen.

Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

De kandidaat kan functievoorschriften opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen en vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met behulp van numerieke, grafische of algebraïsche methoden.

Discrete analyse (domein Cg)

De kandidaat kan het veranderingsgedrag van grafieken of functies relateren aan differentiequotiënten, toenamendiagrammen en hellinggrafieken en daarbij een relatie leggen met contexten.

Differentiaal- en integraalrekening (domein Bb)

Afgeleide functies

De kandidaat kan het differentiaalquotiënt en de eerste en tweede afgeleide gebruiken om een functie te onderzoeken en om een contextprobleem op te lossen.

Algebraïsche technieken

De kandidaat kan afgeleide functies bepalen met behulp van regels voor het differentiëren en algebraïsche technieken hanteren.

Integraalrekening

De kandidaat kan in geschikte toepassingen een bepaalde integraal opstellen en exact berekenen. *Zie ook: verschil CCVW-VWO op bladzijde 3.*

Goniometrische functies (domein Db)

De kandidaat kan bij periodieke verschijnselen, met name trillingspatronen en harmonische bewegingen, formules opstellen, herleiden en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen en vergelijkingen oplossen.

Voortgezette meetkunde (domein Gb)

Oriëntatie op bewijzen

De kandidaat kan definities, vermoedens, stellingen en bewijzen onderscheiden, meetkundige situaties exploreren, een vermoeden of te bewijzen stelling formuleren en bewijzen of weerleggen.

Constructie en bewijzen in de vlakke meetkunde

De kandidaat kan constructies uitvoeren en bewijzen geven.

Bijlage 2: Grafische rekenmachine

De meest recente toegestane grafische rekenmachines zijn:

- Casio CFX-9850Gplus, CFX-9850GBplus, fx-9860G of fx-9860G SD
- Hewlett Packard 38G of 39G+
- Sharp EL 9600, EL 9650 en EL 9900
- Texas Instruments 83, 83 plus, 84 of 84 plus silver edition
- Texas Instruments TI-Nspire, *alleen de versie zonder CAS* (de TI-Nspire CAS is *niet* toegestaan)

Oudere typen zijn ook toegestaan maar de kans bestaat dat sommige examenopgaven daarmee niet of minder goed te maken zijn. De volgende grafische rekenmachines zijn in ieder geval nog voldoende:

- Casio cfx 9850Gplus en cfx 9850GBplus
- Hewlett Packard 38G of 39G
- Sharp EL 9600, EL 9650 en EL 9900
- Texas Instruments 84 of 84 plus silver edition

Verder geldt het volgende:

- Een grafische rekenmachine mag tijdens het examen niet op het lichtnet worden aangesloten of met andere apparatuur worden verbonden.
- Het is een kandidaat niet toegestaan tijdens het examen gebruik te maken van de grafische rekenmachine van een andere kandidaat.
- Het is niet nodig dat het geheugen van een grafische rekenmachine wordt gewist voor de aanvang van een zitting van een CCVX-voortentamen.

Bijlage 3: Lijst van formules en verwijzingen naar definities/stellingen die in het voortentamen Wiskunde B wordt opgenomen

Vlakke meetkunde

Verwijzingen naar definities en stellingen die bij een bewijs mogen worden gebruikt zonder nadere toelichting.

Hoeken, lijnen en afstanden:

gestrekte hoek, rechte hoek, overstaande hoeken, F-hoeken, Z-hoeken, afstand punt tot lijn, driehoeksongelijkheid.

Meetkundige plaatsen:

middelloodlijn, bissectrice, bissectricepaar, middenparallel, cirkel, parabool.

Driehoeken:

hoekensom driehoek, buitenhoek driehoek, congruentie: HZH, ZHH, ZHZ, ZZZ, ZZR; gelijkvormigheid: hh, zhz, zzz, zZR; middelloodlijnen driehoek, bissectrices driehoek, hoogtelijn driehoek, hoogtelijnen driehoek, zwaartelijn driehoek, zwaartelijnen driehoek, gelijkbenige driehoek, gelijkzijdige driehoek, rechthoekige driehoek, Pythagoras, gelijkbenige rechthoekige driehoek, halve gelijkzijdige driehoek.

Vierhoeken:

hoekensom vierhoek, parallellogram, ruit, rechthoek, vierkant.

Cirkel, koorden, bogen, hoeken, raaklijn, vierhoeken:

koorde, boog en koorde, loodlijn op koorde, middellijn, Thales, middelpuntshoek, omtrekshoek, constante hoek, raaklijn, hoek tussen koorde en raaklijn, koordenvierhoek.

Goniometrie

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin t + \sin u = 2 \sin \frac{t+u}{2} \cos \frac{t-u}{2}$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\sin t - \sin u = 2 \sin \frac{t-u}{2} \cos \frac{t+u}{2}$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos t + \cos u = 2 \cos \frac{t+u}{2} \cos \frac{t-u}{2}$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\cos t - \cos u = -2 \sin \frac{t+u}{2} \sin \frac{t-u}{2}$$

Bijlage 4: Lijst van definities/stellingen behorend bij de verwijzingen in bijlage 3

De opsomming van verwijzingen zoals die in het voortentamen wiskunde B is vermeld op bladzijde 2 voor de vlakke meetkunde, heeft betrekking op de volgende lijst van definities en stellingen. Deze lijst mag bij het voortentamen **niet** gebruikt worden.

Bij het voortentamen wiskunde B mag bij een bewijsvoering verwezen worden naar een definitie of stelling door het noemen van de korte typering die in de volgende lijst cursief en onderstreept is aangegeven bij elk van de gegeven definities en stellingen.

Hoeken, lijnen en afstanden

Hoeken

Een gestrekte hoek is een hoek waarvan de benen in het verlengde van elkaar liggen. (definitie gestrekte hoek)

De grootte van een gestrekte hoek is 180° . (grootte gestrekte hoek)

Een rechte hoek is de helft van een gestrekte hoek. (definitie rechte hoek)

De grootte van een rechte hoek is 90° . (grootte rechte hoek)

Hoeken en lijnen

De overstaande hoeken bij twee snijdende lijnen zijn even groot. (stelling overstaande hoeken)

Als twee evenwijdige lijnen gesneden worden door een derde lijn, dan zijn F-hoeken even groot en Z-hoeken even groot. (stelling F-hoeken, stelling Z-hoeken)

Als er bij twee lijnen die gesneden worden door een derde lijn een paar even grote F-hoeken of Z-hoeken optreedt, dan zijn die twee lijnen evenwijdig. (stelling F-hoeken, stelling Z-hoeken)

Afstanden

De afstand (kortste verbinding) van een punt tot een lijn is de lengte van het loodlijnstuk neergelaten vanuit dat punt op die lijn. (definitie afstand punt tot lijn)

Als drie punten A , B en C niet op één lijn liggen, dan geldt: $AB + BC > AC$. (stelling driehoeksongelijkheid)

Meetkundige plaatsen

Middelloodlijn

De middelloodlijn van een lijnstuk is de lijn die het lijnstuk loodrecht middendoor snijdt. (definitie middelloodlijn)

De verzameling van alle punten die dezelfde afstand hebben tot twee gegeven punten A en B is de middelloodlijn van het lijnstuk AB . (stelling middelloodlijn)

Bissectrice (deellijn)

De bissectrice (deellijn) van een hoek is de halve lijn die de hoek middendoor deelt. (definitie bissectrice)

De verzameling van alle punten die dezelfde afstand hebben tot twee elkaar snijdende lijnen, is het bissectricepaar (deellijnenpaar) van die twee lijnen. (stelling bissectricepaar)

Middenparallel van twee evenwijdige lijnen

De middenparallel van twee evenwijdige lijnen is de lijn die evenwijdig aan de twee lijnen is en midden tussen deze lijnen ligt. (definitie middenparallel)

De verzameling van alle punten die dezelfde afstand hebben tot twee evenwijdige lijnen, is de middenparallel van dat lijnenpaar. (stelling middenparallel)

Cirkel

Een cirkel met middelpunt M en straal r is de verzameling van alle punten die afstand r tot het punt M hebben. (definitie cirkel)

Parabool

Een parabool met brandpunt F en richtlijn l (F niet op l) is de verzameling van alle punten die gelijke afstanden hebben tot punt F en lijn l . (definitie parabool)

Driehoeken

Hoekensom De som van de hoeken van een driehoek is 180° . (stelling <u>hoekensom driehoek</u>)
Een buitenhoek van een driehoek is gelijk aan de som van de twee niet-aanliggende binnenhoeken. (stelling <u>buitenhoek driehoek</u>)
Congruente (gelijke) driehoeken Twee driehoeken zijn congruent (gelijk) als ze gelijk hebben: <ul style="list-style-type: none">• een zijde en twee aanliggende hoeken. (HZH)• een zijde, een aanliggende hoek en de tegenoverliggende hoek. (ZHH)• twee zijden en de ingesloten hoek. (ZHZ)• alle zijden. (ZZZ)• twee zijden en de rechte hoek tegenover één van die zijden. (ZZR)
Gelijkvormige driehoeken Twee driehoeken zijn gelijkvormig als ze gelijk hebben: <ul style="list-style-type: none">• twee hoeken. (hh)• een hoek en de verhouding van de omliggende zijden. (zhz)• de verhouding van de zijden. (zzz)• een rechte hoek en de verhouding van twee niet-omliggende zijden. (zzr)
Lijnen door één punt De middelloodlijnen van (de zijden van) een driehoek snijden elkaar in één punt. (stelling <u>middelloodlijnen driehoek</u>) De bissectrices (deellijnen) van (de hoeken van) een driehoek snijden elkaar in één punt. (stelling <u>bissectrices driehoek</u>) Een hoogtelijn van een driehoek is de lijn door een hoekpunt van de driehoek die de lijn door de tegenoverliggende zijde loodrecht snijdt. (definitie <u>hoogtelijn driehoek</u>) De hoogtelijnen van een driehoek snijden elkaar in één punt. (stelling <u>hoogtelijnen driehoek</u>) Een zwaartelijn van een driehoek is de lijn door een hoekpunt van de driehoek die door het midden van de tegenoverliggende zijde gaat. (definitie <u>zwaartelijn driehoek</u>) De zwaartelijnen van een driehoek snijden elkaar in één punt dat de zwaartelijnen in de verhouding 1 : 2 verdeelt. (stelling <u>zwaartelijnen driehoek</u>)
Gelijkbenige driehoek Een gelijkbenige driehoek is een driehoek met (minstens) twee even lange zijden. (definitie <u>gelijkbenige driehoek</u>) In een gelijkbenige driehoek zijn de hoeken tegenover de even lange zijden even groot. (stelling <u>gelijkbenige driehoek</u>) Als in een driehoek twee hoeken even groot zijn, dan zijn de tegenoverliggende zijden even lang. (stelling <u>gelijkbenige driehoek</u>)
Gelijkzijdige driehoek Een gelijkzijdige driehoek is een driehoek met drie even lange zijden. (definitie <u>gelijkzijdige driehoek</u>) In een gelijkzijdige driehoek zijn alle drie de hoeken even groot (60°). (stelling <u>gelijkzijdige driehoek</u>) Als een driehoek drie even grote hoeken (van 60°) heeft, dan is de driehoek gelijkzijdig. (stelling <u>gelijkzijdige driehoek</u>)

Vervolg Driehoeken

Rechthoekige driehoek

Een rechthoekige driehoek is een driehoek met een rechte hoek. (definitie rechthoekige driehoek)

In een rechthoekige driehoek is de som van de kwadraten van de omliggende zijden van de rechte hoek gelijk aan het kwadraat van de zijde tegenover de rechte hoek. (stelling van Pythagoras)

Als in een driehoek de som van de kwadraten van twee zijden gelijk is aan het kwadraat van de derde zijde, dan is de driehoek rechthoekig (omgekeerde stelling van Pythagoras)

In een rechthoekige driehoek is het lijnstuk dat het hoekpunt van de rechte hoek verbindt met het midden van de tegenoverliggende zijde gelijk aan de helft van die zijde. (stelling rechthoekige driehoek)

Bijzondere rechthoekige driehoeken

Van een gelijkbenige rechthoekige driehoek zijn beide scherpe hoeken 45° . (stelling gelijkbenige rechthoekige driehoek)

De zijden van een gelijkbenige rechthoekige driehoek verhouden zich als $1 : 1 : \sqrt{2}$. (stelling gelijkbenige rechthoekige driehoek)

De zijden van een rechthoekige driehoek waarvan de scherpe hoeken 30° en 60° zijn, verhouden zich als $1 : 2 : \sqrt{3}$. (stelling halve gelijkzijdige driehoek)

Vierhoeken

Hoekensom

De som van de hoeken van een vierhoek is 360° . (stelling hoekensom vierhoek)

Parallelogram

Een parallelogram is een vierhoek met twee paren evenwijdige zijden. (definitie parallelogram)

In een parallelogram zijn de overstaande zijden even lang. (stelling parallelogram)

Als een vierhoek twee paren even lange overstaande zijden heeft, dan is de vierhoek een parallelogram. (stelling parallelogram)

Als een vierhoek twee overstaande zijden heeft die even lang en evenwijdig zijn, dan is de vierhoek een parallelogram. (stelling parallelogram)

In een parallelogram zijn de overstaande hoeken even groot. (stelling parallelogram)

Als in een vierhoek de twee paren overstaande hoeken even groot zijn, dan is de vierhoek een parallelogram. (stelling parallelogram)

In een parallelogram delen de diagonalen elkaar middendoor. (stelling parallelogram)

Als in een vierhoek de diagonalen elkaar middendoor delen, dan is de vierhoek een parallelogram. (stelling parallelogram)

Ruit

Een ruit is een vierhoek met vier even lange zijden. (definitie ruit)

Een ruit is tevens parallelogram. (stelling ruit)

In een ruit delen de diagonalen de hoeken middendoor. (stelling ruit)

Als in een parallelogram een diagonaal een hoek middendoor deelt, dan is het parallelogram een ruit. (stelling ruit)

In een ruit snijden de diagonalen elkaar loodrecht. (stelling ruit)

Als in een parallelogram de diagonalen elkaar loodrecht snijden, dan is het parallelogram een ruit. (stelling ruit)

Rechthoek

Een rechthoek is een vierhoek met vier rechte hoeken. (definitie rechthoek)

Een rechthoek is tevens parallelogram. (stelling rechthoek)

Als in een parallelogram een hoek recht is, dan is het parallelogram een rechthoek. (stelling rechthoek)

In een rechthoek zijn de diagonalen even lang. (stelling rechthoek)

Als in een parallelogram de diagonalen even lang zijn, dan is het parallelogram een rechthoek. (stelling rechthoek)

Vierkant

Een vierkant is een ruit die tevens rechthoek is. (definitie vierkant)

Cirkel, koorden, bogen, hoeken, raaklijn, vierhoeken

Koorde

Een koorde van een cirkel is een lijnstuk waarvan de eindpunten op de cirkel liggen. (definitie koorde)

In een cirkel behoren gelijke bogen bij gelijke koorden. (stelling boog en koorde)

De loodlijn vanuit het middelpunt van een cirkel op een koorde deelt die koorde middendoor. (stelling loodlijn op koorde)

Middellijn en rechte hoek

Een middellijn van een cirkel is een koorde die door het middelpunt gaat. (definitie middellijn)

Als C op de cirkel met middellijn AB ligt, dan is hoek ACB recht. (stelling van Thales)

Als hoek C in driehoek ABC recht is, dan ligt C op de cirkel met middellijn AB . (omgekeerde stelling van Thales)

Middelpuntshoek en omtrekshoek

Een middelpuntshoek van een cirkel is een hoek waarvan het hoekpunt het middelpunt van de cirkel is. (definitie middelpuntshoek)

Een omtrekshoek van een cirkel is een hoek waarvan het hoekpunt op de cirkel ligt en de benen de cirkel snijden. (definitie omtrekshoek)

Een omtrekshoek is gelijk aan de helft van de middelpuntshoek die dezelfde koorde insluit als die omtrekshoek. (stelling van de omtrekshoek)

Als punt C over een cirkelboog AB tussen de punten A en B beweegt, dan verandert de grootte van de omtrekshoek ACB niet. (stelling van de constante hoek)

Als punt D aan dezelfde kant van AB ligt als punt C en de hoeken ADB en ACB zijn even groot, dan liggen C en D op dezelfde cirkelboog AB (omgekeerde stelling van de constante hoek)

Raaklijn en hoeken

Een raaklijn aan een cirkel is een lijn die één punt met de cirkel gemeen heeft. (definitie raaklijn)

De hoek tussen een raaklijn aan een cirkel en een koorde van die cirkel waarvan een eindpunt het raakpunt is, is even groot als de bij die koorde behorende omtrekshoek. (stelling hoek tussen koorde en raaklijn)

Een raaklijn aan een cirkel staat loodrecht op de verbindinglijn van het middelpunt van de cirkel en het raakpunt. (stelling raaklijn)

Koordenvierhoek

Een koordenvierhoek is een vierhoek waarbij een cirkel bestaat die door de hoekpunten van de vierhoek gaat. (definitie koordenvierhoek)

De som van een paar overstaande hoeken van een koordenvierhoek is 180° . (stelling koordenvierhoek)

Als de som van een paar overstaande hoeken van een vierhoek 180° is, dan is de vierhoek een koordenvierhoek. (omgekeerde stelling koordenvierhoek)